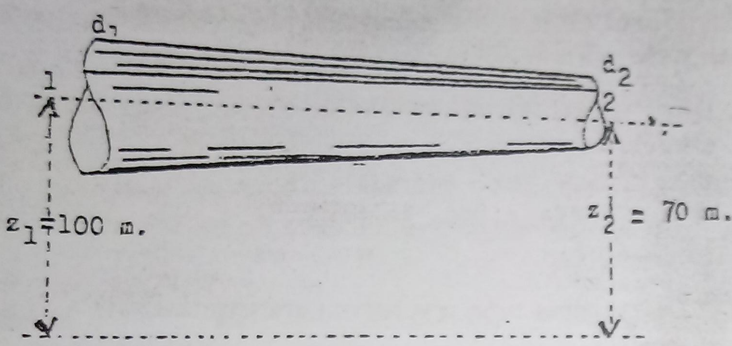
PROBLEMAS

153.- Por la tubería indicada en la figura, circula agua, siendo la relación entre el diámetro en el punto 1 y el diámetro en el punto 2 igual a $\sqrt{2}$. En 1 la presión es de 0.5 kg/cm2 y la elevación 100 m. En 2 la presión es 3.38 kg/cm2 y la elevación 70 m. Calcular la velocidad en dichos puntos despreciando las pérdidas por rozamiento.

SOLUCIÓN



Por continuidad se tiene:

$$v_1 . A_1 = v_2 . A_2$$

De donde :

$$V_1 = v\left(\frac{A_2}{A_1}\right) = v_2\left(\frac{\frac{\pi}{4} d_2^2}{\frac{\pi}{4} d_1^2}\right)$$

Simplificando :

$$v_1 = v_2\left(\frac{d_2}{d_1}\right)^2 = v_2\left(\frac{1}{\sqrt{2}}\right)^2$$

Luego :

$$v_1 = 1/2 . v_2 \;..\; (1)$$

Por Bernoulli :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{w} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{w} + z_2$$

Trasponiendo :

$$\frac{v_2}{2g} - \frac{v_1}{2g} = \frac{P_1}{w} - \frac{P_2}{w} + z_1 - z_2 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Según datos del problema :

$P_1 = 0.5$ kg/cm^2
$P_2 = 3.38$ kg/cm^2
$z_1 = 100$ m.
$z_2 = 70$ m.

$\frac{P_1}{w} = 5$ m. de agua

$\frac{P_2}{w} = 33.8$ m. de agua

Reemplazando estos datos y (1) en (2) :

$$\frac{v_2^2}{2g} - \frac{v_2^2}{8g} = 5 - 33.8 + 100 - 70 = 1.2$$

$$4v_2^2 - v_2^2 = 8\ g(1.2)$$

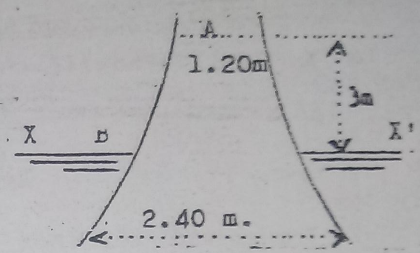
$$3\ v_2^2 = 9.6\ g$$

$$v_2 = \sqrt{\frac{9.8 \times 9.6}{3}} = \sqrt{31.36} = 5.60\ m/s$$

$$\boxed{v_2 = 5.60\ m/s}$$

Este valor en (1) : $\boxed{v_1 = 2.80\ m/s}$

154.- En el tubo de aspiración de una turbina a reacción el gasto es de $8 m^3/seg$. Asumiendo $\alpha = 1$ y despreciando las pérdidas de carga, calcule la presión en el punto A en kg/cm2 relativos.



SOLUCIÓN :

En el punto B se tiene :

$$\frac{v_B^2}{2g} = 0$$

(Por ser el nivel de una superficie tranquila y nivel constante)

$\frac{P_B}{w} = 0\ kg/cm^2$ relativos (por estar sometida a la presión atm.)

$z_B = 0$ (tomando como eje de referencia el nivel XX')

$z_A = 3$ metros.

Aplicando Bernoulli entre los puntos A y B :

$$\alpha \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{w} + 3 = 0 \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (1)$$

Por continuidad : $Q = v_A . A_A$ $\longrightarrow$ $v_A = \frac{Q}{A_A}$

$$v_A = \frac{8}{\frac{\pi(1.2)^2}{4}} = 7.09\ m/s \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \quad (2)$$

Reemplazando (2) en (1) : $\frac{(7.09)^2}{19.6} + \frac{P_A}{w} + 3 = 0$

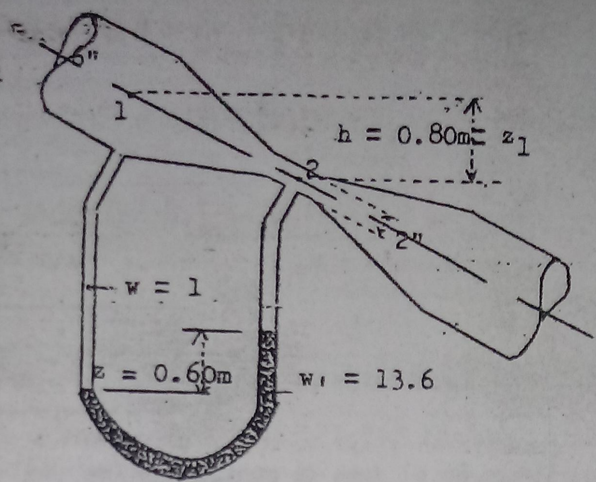
Despejando :

$$\frac{P_A}{w} = -3 - \frac{(7.09)^2}{19.6} = -3 - 2.56 = -5.56\ m.\ de\ agua.$$

$$\boxed{P_A = 0.556\ kg/cm^2\ \text{relativos}}$$

155.- En el medidor venturi de la figura se ha insertado un piezómetro diferencial que marca 0.60 m . de mercurio. El líquido que fluye en la tubería de agua.

a) Se desea saber cuál será el gasto que circula.
b) ¿Cuál será la deflexión que marcará el piezómetro diferencial si el gasto es de 50 litros/segundo?
Considérese $c_D = 1$ y desprécIese las pérdidas de carga.



SOLUCIÓN :

Aplicando Bernoulli entre (1) y (2) :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{p_1}{w} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{w} + z_2$$

Trasponiendo términos :

$$\frac{p_1 - p_2}{w} + z_1 - z_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g} \quad \text{.........} \quad (1)$$

Por el problema No. 64, tenemos la fórmula deducida para hallar la diferencia de presiones en este tipo de piezómetros y es :

$$p_1 - p_2 = w_1 z - w(h + z) = 13.6\text{x}60 - (80 + 60) = 676 \text{ gr/cm}^2 \; 0.676 \text{ kg/cm}^2$$

$$\frac{p_1 - p_2}{w} = 6.76 \text{ m. de agua} \quad \text{....................} \quad (2)$$

De la fórmula de continuidad se saca :

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{\frac{\pi(6\text{x}0.0254)^2}{4}} = \frac{Q}{0.0182} \quad \text{.......................} \quad (3)$$

$$v_2 = \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{\frac{\pi(2\text{x}0.0254)^2}{4}} = \frac{Q}{0.000203} \quad \text{.......................} \quad (4)$$

Pasamos un eje horizontal por (2) $\therefore z_1 = 0.80$ m. ; $z_2 = 0$

Reemplazando (2), (3), (4) y estos últimos valores en (1) :

$$6.76+0.80 - 0 = \frac{Q_2}{2g}\left(\frac{1}{0.00203^2} - \frac{1}{0.0182^2}\right);$$

$$7.56\text{x}19.6 = Q^2(239,700)$$

De donde :

$$\boxed{Q = 0.0249 \text{ m}^3/\text{s} = 24.9 \text{ lts/s}}$$

b) Si $Q = 50$ lt/seg $= 0.05$ m^3/seg, las velocidades en los puntos 1 y 2, son:

De (3) : $v_1 = \frac{0.05}{0.0182} = 2.75$ m/seg.....(5); De (4) : $v_2 = \frac{0.05}{0.00203} = 24.6$ m/seg.................................(6)

Como la diferencia de presiones en este tipo de piezómetros es conocida por la fórmula : $P_1 - P_2 = w,z - w(h+z)$, la ecuación (1) queda :

$$\frac{w,z - w(h+z)}{w} + z_1 - z_2 = \frac{v_2^2 - v_1^2}{2g}.$$

Reemplazando (5) y (6) y demás datos en esta última :

$$\frac{13,6z - 1(0.80 + z)}{1} + 0.80 - 0 = \frac{24.6^2 - 2.75^2}{19.6}$$

$$13.6z - 0.80 - z + 0.80 = 30.5$$

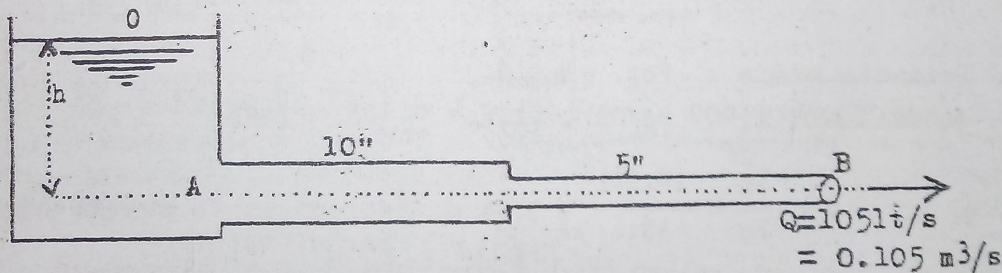
$$13.6z - z = 30.5$$

$$\therefore \quad \boxed{z = 2.42 \text{ m.}}$$

156.- De un depósito sale una tubería de 10" de diámetro, la que por medio de una reducción pasa a 5" descargando luego libremente en la atmósfera. El gasto a la salida es 105 lts/seg. Se pide calcular :

a) La presión en la sección inicial de la tubería
b) Altura del agua en el depósito, medida sobre el eje de la tubería.
c) Potencia bruta del chorro.

SOLUCIÓN :



Por continuidad sabemos :

$$v_A = \frac{Q}{A} = \frac{0.105}{\frac{\pi(15 \times 0.0254)^2}{4}} = \frac{0.105}{0.05067} = 2.08 \text{ m/s} \quad \text{............. (1)}$$

$= 2.0722$ m/s

$$v_2 = \frac{Q}{A} = \frac{0.105}{\frac{\pi(5 \times 0.0254)^2}{4}} = \frac{0.105}{0.01267} = 8.32 \text{ m/s} \quad \text{............ (2)}$$

$= 8.288$ m/s

Aplicando Bernoulli entre los puntos A y B :

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{w} + z_A = \frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{w}\ z_B \quad \text{..................} \quad (3)$$

Donde : $\frac{P_B}{w} = 0$ $\qquad z_A = z_B = 0$

Reemplazando (1) y (2) en (3) como demás datos :

$$\frac{(2.08)^2}{19.6} + \frac{P_A}{w} + 0 = \frac{(8.32)^2}{19.6} + 0 + 0$$

$$0.22 + \frac{P_A}{w} = 3.54$$

$$\boxed{\frac{P_A}{w} = 3.32 \text{ m. de agua relativos}}$$ $= 3.283\,m$

b) Altura del depósito :
Tomando Bernoulli entre los puntos O y B, que como están sometidos a la presión atmosférica, obtenemos :

$$v_B = \sqrt{2gh}$$

o sea que la altura del depósito es la carga de velocidad :

$$h = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{(8.32)^2}{19.6} = 3.54 \text{ m.}$$

$$\boxed{h = 3.54 \text{ m.}}$$

c) Potencia bruta : Pot. = w.Q.B.
donde : w = 1,000 kg/m3 ; Q = 0.105 m^3/seg.

$$B = \frac{v_B^2}{2g} = \frac{(8.32)^2}{19.6} = 3.54 \text{ m.}$$ (porque es la energía producida por el desnivel)

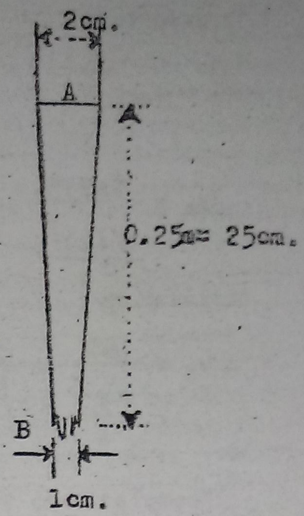
$\therefore$ Pot. = 1,000 x 0.105 x 3.54 = 371.70 kg-m/seg.

En H.P. : Pot. = $\frac{371.70}{75}$

$$\boxed{\text{Pot.} = 4.96 \text{ H.P.}}$$

157.- Una vena líquida es descargada verticalmente hacia abajo por un tubo de 2 cm. de diámetro. A 0.25 m. por debajo de la boca de descarga el diámetro de la vena se ha reducido a 1 cm.

a) Calcular el gasto descargado por el tubo.
b) Si el tubo descarga verticalmente hacia arriba un gasto 5 veces mayor, ¿Cuál sería el diámetro de la vena a una altura de 25 cm. sobre la boca de descarga?



SOLUCIÓN :

a) Aplicando Bernoulli entre los puntos A y B, teniendo presente que como están sometidos a la presión atmosférica, sus presiones son 0 kg/cm2 relativos.

$$\frac{v_A^2}{2g} + z_A = \frac{v_B^2}{2g} + z_B$$

$$\frac{v_B^2}{2g} = \frac{v_A^2}{2g} + z_A - z_B \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (1)$$

Por continuidad : $v_B . A_B = v_A . A_A \longrightarrow v_B = v_A \left[\frac{A_A}{A_B}\right] = v_A \left(\frac{d_A}{d_B}\right)^2$

$$v_B = v_A \left(\frac{2}{1}\right)^2 = 4\ v_A \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Reemplazando (2) en (1) y como : $z_A - z_B = 0.25$ m. se tiene :

$$\frac{(4\ v_A)^2}{19.6} = \frac{v_A^2}{19.6} + 0.25$$

$$\frac{15 v_A^2}{19.6} = 0.25 \longrightarrow v_A = \sqrt{\frac{0.25 \times 19.6}{15}} = 0.57 \text{ m/s}$$

Entonces :

$$Q = v_A . A_A = 57\left(\frac{\pi\, 2^2}{4}\right) = 179 \text{ cm}^3/\text{s}$$

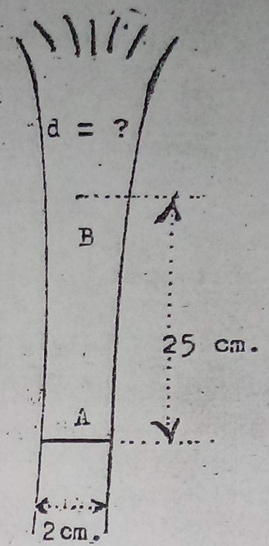
$$\boxed{Q = 179 \text{ cm}^3/\text{s}}$$

b) Planteando el Bernoulli entre A y B, se llega a la ecuación (1) del caso (a)

Por continuidad, teniendo presente que el gasto debe ser 5 veces el

anterior :

$$v_A = \frac{5Q}{A_A}$$



$$v_A = \frac{5\times179}{\frac{\pi(2)^2}{4}} = \frac{895}{\pi} = 285 \text{ cm/s}$$

$$v_B = \frac{50}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{5\times179}{\frac{\pi d^2}{4}} = \frac{3580}{\pi d^2} = \frac{1.140}{d^2}$$

Reemplazando valores en (1) :

$$\frac{\left(\frac{1.140}{d^2}\right)^2}{2\,g} = \frac{285^2}{2g} - 25$$

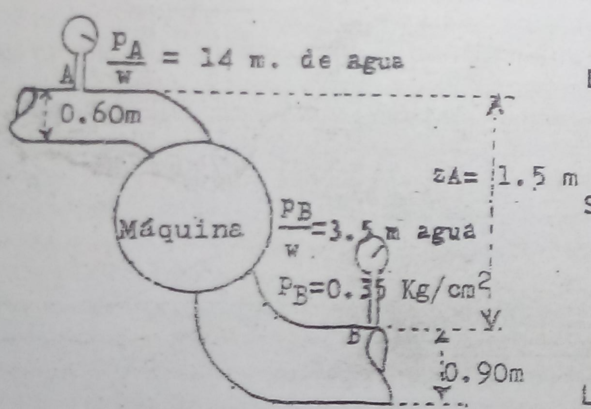
$$\frac{662}{d^4} = 41.5 - 25$$

De donde : $d^4 = \frac{662}{16.5} = 40.1$ $\therefore$ $\boxed{d = 2.51 \text{ cm.}}$

158.- El conducto de entrada a una máquina hidráulica tiene un diámetro de 0.60 m. El conducto de salida es de 0.90 m. de diámetro. Se ha medido las presiones en los conductos de entrada y salida obteniéndose 1.4 kg/cm2 y 0.15 kg/cm2, respectivamente. El manómetro de entrada se encuentra 1.5 m. por arriba del de salida. Si se conoce que el gasto que circula en la máquina hidraúlica es 0.44 m3/s. ¿Cuál será la potencia suministrada a la misma?

SOLUCIÓN

$P_A = 1.4 \text{ kg/cm}^2$



La potencia suministrada es :

$$\text{Pot.} = w.Q.B_A$$

Donde :

$$B_A = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{W} + z_A$$

Siendo :

$$v_A = \frac{Q}{A} = \frac{0.44}{\frac{\pi(0.6)^2}{4}} = 1.55 \text{ m/s}$$

Luego :

$$\text{Pot.}_A = 1,000\text{x}0.44\left(\frac{1.55^2}{19.6} + 14 + 1.5\right)$$

$$\text{Pot.}_A = 6,874 \text{ kg-m/s}$$

La potencia de salida es :

$$Pot._B = w.Q.B_B$$

Donde :

$$B_B = \frac{v_B^2}{2g} + \frac{p_B}{w} + z_B$$

Siendo :

$$v_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{0.44}{\frac{\pi(0.9)^2}{4}} = 0.69 \text{ m/seg.}$$

Entonces :

$$Pot.B = 1{,}000 \times 0.44 \left(\frac{0.69^2}{19.6} + 3.5 + 0\right)$$

$$Pot._B = 1{,}550 \text{ kg-m/seg.}$$

La potencia de la máquina será : = Pot. entrada - Pot. salida

$$Pot.\ máq. = Pot._A - Pot._B = 6{,}874 - 1{,}550 = 5{,}324 \text{ kg-m/s}$$

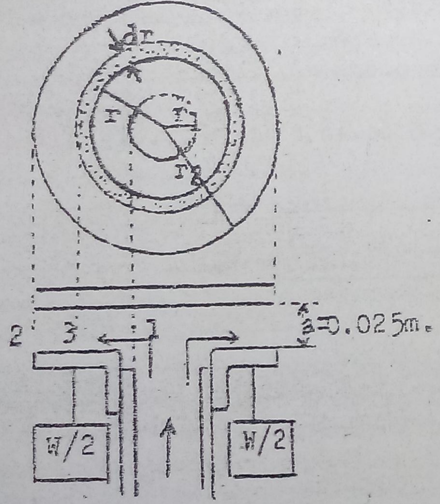
En H.P. :

$$Pot.\ máquina = \frac{5{,}324}{75}$$

Pot. máquina = 71 H.P.

159.- Se tiene dos placas circulares horizontales de 0.80 m. de diámetro. La placa inferior se puede deslizar sobre un tubo vertical de 0.15 m. de diámetro exterior siendo su peso propio 2 kgs. La placa superior es fija, siendo la separación entre ambas placas de 2.5 cm. Por el tubo vertical entre un caudal de agua de 30 litros/seg. que fluye radialmente hacia la salida. Determinar que peso total W puede soportar la placa móvil para mantener la separación de 2.5 cm. entre las placas. Asúmase $\infty = 1.2$ y despréciese las pérdidas de carga.

SOLUCIÓN :



Al fluir el agua radialmente hacia afuera el área normal a la velocidad es una superficie lateral cilíndrica; para un radio r, la superficie es : 2 ra.

$$\therefore\quad v = \frac{Q}{A} = \frac{Q}{2\pi.r.A} \quad \ldots\ldots (\Delta)$$

Aplicando Bernoulli entre los puntos (3 y 2) :

$$\infty \frac{v_3^2}{2g} + \frac{p_3}{w} + z_3 = \infty \frac{v_2^2}{2g} + \frac{p_2}{w} + z_2$$

Como 3 y 2 están sobre un mismo eje, y el punto 2 está sometido a la presión atm. se tiene :

$$P_3 = \frac{\infty}{2g}\left(v_2^2 - v_3^2\right)$$

Por la relación (Δ) queda :

$$P_3 = \frac{\infty}{2g}\left[\left(\frac{Q^2}{2\pi . r_2 . a}\right)^2 - \left(\frac{Q^2}{2\pi . r . a}\right)^2\right] = \frac{\infty . Q^2}{8g\pi^2 . a^2}\left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r^2}\right)$$

El peso total que puede soportar la placa móvil debe ser igual al empuje axial que tiende a aproximar las placas entre sí. Esta dada por :

$$F = \int p . dA$$

donde : $p = P_3$

$d_A = 2\pi . r . dr$

$\therefore$ El peso total que puede soportar la placa será la integral entre los puntos 1 y 2 :

$$F = \frac{\infty . Q^2}{8g\pi^2 . a^2}\int_{r_2}^{r_1}\left(\frac{1}{r_2^2} - \frac{1}{r^2}\right)^2 \pi . r . dr$$

Integrando y reemplazando valores :

$$F = \frac{1.2(0.030)}{4x9.8\pi(0.025)^2}\left[\frac{r^2}{2\,r^2} - Lr\right]_{0.30}^{0.075} \qquad L = \log.$$

$$F = 0.01403 \;\frac{1}{32}\left[\frac{1}{2} + L\left(\frac{0.300}{0.075}\right)\right]$$

$$F = 0.01403\left[0.9176\right] = 0.012874 \text{ Tn.}$$

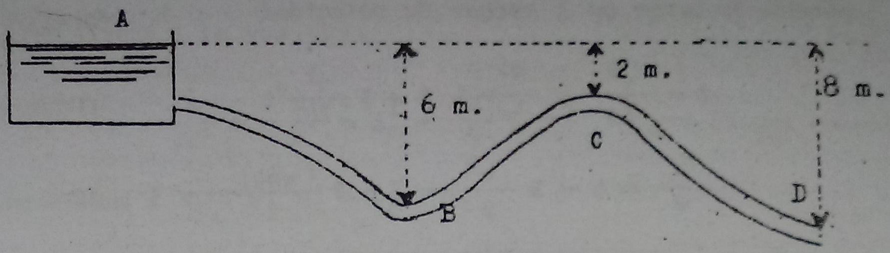
$$F = 12.874 \text{ kgs.}$$

El peso W que podrá soportar la placa móvil será

$$W = F - \text{Peso de la placa} = 12.874 - 2$$

$$\boxed{W = 10.874 \text{ kgs.}}$$

160.- La pérdida de carga en el sistema mostrado en la figura es de una carga de velocidad de A a B; de B a C es de 2 cargas de velocidad y de C a D, de una carga de velocidad. El diámetro de la tubería es de 15 cm. Considerando $\infty = 1$ se pide :



a) Hallar la carga de presión en metros de agua relativas en los puntos B y C.
b) Asumiendo que todos los datos permanecieran iguales, excepto el diámetro de la tubería. ¿Qué diámetro debería ponerse para que la presión en C sea igual a -0.7 kg/cm2 relativos?
c) Asumiendo todos los datos iguales al enunciado del problema, excepto la elevación del punto C. ¿Cuál deberá ser la altura de C para obtener en ese punto un vacío de 0.4 kg/cm2?

SOLUCIÓN :

Aplicando Bernoulli entre A y D : $\frac{v_A^2}{2g} + \frac{p_A}{w} + z_A = \frac{v_D^2}{2g} + \frac{p_D}{w} + z_D + pc.$

Donde : $p_A = p_D = 0$ relativo.

$v_A = 0$

$z_A = 0$

$z_D = -15$ m.

$pc. = 4\frac{v_D^2}{2g}$

Reemplazando valores en (1) : $0 = 5\frac{v_D^2}{2g} - 15$

De donde : $v_D = \sqrt{6g} = v$ (que es la velocidad en cualquier punto de la tubería, por ser el diámetro único : 15 c.)

a) Cálculo de la presión en B : Aplicando Bernoulli entre A y B (donde la pérdida de carga es una carga de velocidad) :

$$0 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_B}{w} - 12 + \frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{p_B}{w} = 12 - \frac{v^2}{g} = 12 - \frac{(\sqrt{6g})^2}{6} = 12 - 6$$

$$\boxed{\frac{p_B}{w} = 6 \text{ m. de agua relativos}}$$

Cálculo de la presión relativa en C : Bernoulli entre A y C (donde la

pérdida de carga es 3 cargas de velocidad) :

$$0 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_C}{w} - 5 + 3\,\frac{v^2}{2g}$$

$$\frac{p_C}{w} = 5 - 2\,\frac{v^2}{g} = 5 - 2\,\frac{(\sqrt{6g})^2}{g} = 5 - 12$$

$$\boxed{\frac{p_C}{w} = -\ 7 \text{ m. de agua relativos}}$$

b) Si todos los datos permanecen iguales y si la presión en C es igual a -0.7 kg/cm2 = - 7 m. de agua, coincide con la presión hallada anteriormente, esto quiere decir que como el gasto es invariable, el diámetero se mantiene en sus :

$$\boxed{d = 15 \text{ cm}}$$

c) Se aplica nuevamente Bernoulli entre A y C :

$$0 = \frac{v^2}{2g} + \frac{p_C}{w} + z_C + 3\,\frac{v^2}{2g}$$

De donde :

$$z_C = -\left(4\,\frac{v^2}{2g} + \frac{p_C}{w}\right) = -\left(\frac{v^2}{g} + \frac{p_C}{w}\right) \quad \ldots\ldots (2)$$

En el cual, por ser la presión en C vacío de 0.4 kg/cm^2, es relativa, bajo 0 relativo, o sea :

$$\frac{p_C}{w} = -\ 4 \text{ m. de agua} \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots (3)$$

Reemplazando (3) y demás datos en (2):

$$z_C = -\left(2\,\frac{(\sqrt{6g})^2}{g} - 4\right) = -\ (12-4)$$

$$\boxed{z_C = -\ 8 \text{ m.}}$$

161.- Una tubería que conduce líquido de 900 kg/m^3 de peso específico, experimenta un cambio de sección en tal forma que de un diámetro de 6'' en la sección A, pasa a tener un diámetro de 18'' en la sección B. La intensidad de presión en A es 0.9 kg/cm2 y en B 0.6 kg/cm2. El nivel de B es 4 m. superior al de A. El gasto es 0.15 m3/seg. Determínese la dirección del flujo y la pérdida de carga entre las dos secciones mencionadas.

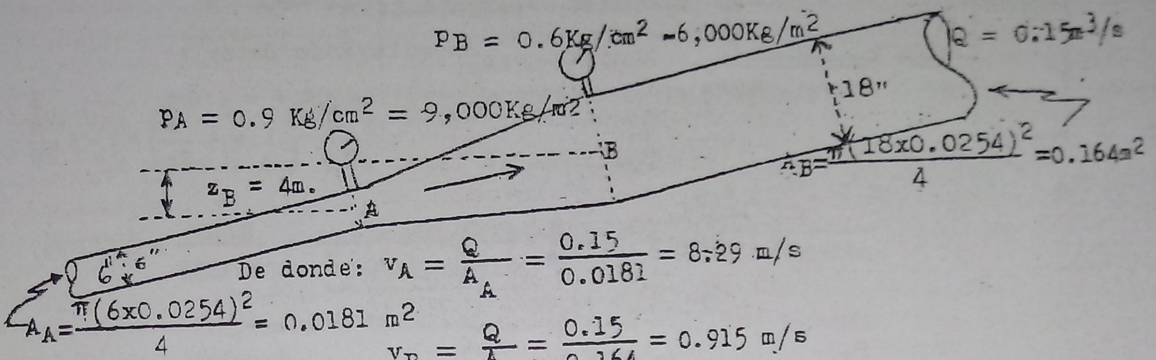
<u>SOLUCIÓN</u> :

Como la dirección del flujo es desconocida, supongamos que sube de A ha

cia B (Ver figura a la vuelta).

Por Bernoulli : $\dfrac{v_A^2}{2g} + \dfrac{P_A}{w} + z_A = \dfrac{v_B^2}{2g} + \dfrac{P_B}{w} + z_B + Pc._{\overline{AB}}$ ...... (1)

Por continuidad : $Q = v_A . A_A = v_B . A_B$



De donde: $v_A = \dfrac{Q}{A_A} = \dfrac{0.15}{0.0181} = 8.29$ m/s

$A_A = \dfrac{\pi(6 \times 0.0254)^2}{4} = 0.0181\ m^2$

$v_B = \dfrac{Q}{A_B} = \dfrac{0.15}{0.164} = 0.915$ m/s

Reemplazando valores en (1) :

$$\frac{(8.29)^2}{19.6} + \frac{9,000}{900} + 0 = \frac{(0.915)^2}{19.6} + \frac{6,000}{900} + 4 + Pc._{\overline{AB}}$$

$$3.5 + 10 = 0.04 + 6.68 + 4 + Pc._{\overline{AB}}$$

$$\therefore \quad \boxed{Pc._{\overline{AB}} = 2.78 \text{ m.}}$$

Como la pérdida de carga es positiva, el sentido que se supuso al comienzo es el correcto, si hubiera salido negativo, la dirección del flujo era contraria a la que se supuso.

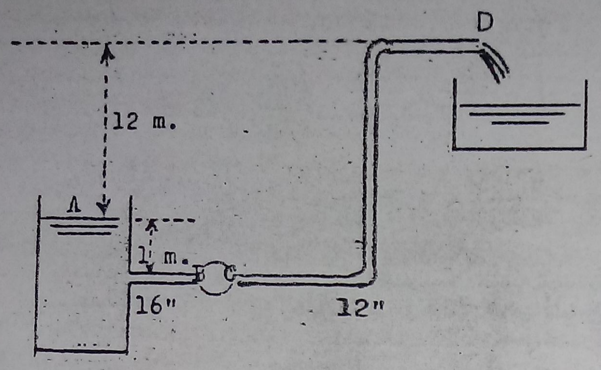
$$\boxed{\text{Dirección del flujo = Sube de A hacia B}}$$

162.- En el sistema de la figura se ha medido una descarga de 100 lts/seg. El diámetro de la tubería de succión es de 16" y el de la descarga 12". Determinar la potencia que debe tener una bomba de 80% de eficiencia si la pérdida de carga entre A y B es equivalente a 4 cargas de velocidad, y la pérdida entre D y C es igual a 5 m. de agua. Halle la presión en los puntos B y C en kg/cm2 relativos.

SOLUCIÓN :

Aplicando Bernoulli entre A y B :

Donde : $v_A = 0$; $P_A = 0$; $z_A = 0$



Luego :

$$0 = \frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{w} + z_B + Pc.$$

De donde :

$$\frac{P_B}{w} = -\left(\frac{v_B^2}{2g} + z_B + Pc.\right)$$

Reemplazando datos :

$$\frac{P_B}{w} = -\left(\frac{v_B^2}{2g} - 1 + 4\frac{v_B^2}{2g}\right) = 1 - 5\frac{v_B^2}{2g}$$

$$\text{Pero :}\quad v_B = \frac{Q}{A_B} = \frac{0.100}{\frac{\pi(16x0.0254)^2}{1}} = \frac{0.100}{0.1295} = 0.77 \text{ m/s}$$

$$\therefore \frac{P_B}{w} = 1 - 5\frac{(0.77)^2}{19.6} = 1 - 0.151 = 0.849 \text{ m. de agua}$$

$$\boxed{P_B = 0.0849 \text{ kg/cm}^2}$$

Aplicando Bernoulli entre C y D; donde : $v_C = v_D$, por tener la misma área.

$$\frac{v^2}{2g} + \frac{P_C}{w} + z_C = \frac{v^2}{2g} + \frac{P_D}{w} + z_D + Pc.$$

$$\frac{P_C}{w} = \frac{P_D}{w} + z_D + Pc. - z_C$$

En el cual : $P_D = 0$ relativos ; $z_D = 1 + 12 = 13$ m ; $Pc. = 5$ m. ; $z_C = 0$

Sustituyendo estos datos :

$$\frac{P_C}{w} = 0 + 13 + 5 - 0 = 18 \text{ m. de agua}$$

$$\boxed{P_C = 1.8 \text{ kg/cm}^2}$$

A la bomba entra una potencia : $Pot._E = w.Q.\ P_B$

$$Pot._E = 1,000x0.1\left(\frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{w} + z_B\right) = 1,000x0.1\left(\frac{0.77^2}{19.6} + 0.849 + 0\right)$$

$$Pot._E = 1,000x0.1(0.03 + 0.849) = 87.9 \text{ kg-m/s}$$

De la bomb, sale una potencia : $Pot._S = 1{,}000\text{x}0.1\left(\frac{v_C^2}{2g} + \frac{P_C}{w} + z_C\right) = w.Q.B_C$

$$= 1{,}000\text{x}0.1\left(\frac{v_C^2}{2g} + 18.0 + 0\right)$$

Pero : $v_C = \frac{Q}{A_C} = \frac{0.100}{\frac{\pi}{4}(12\text{x}0.0254)^2} = \frac{0.100}{0.073} = 1.37 \text{ m/s}$

$\therefore$ $Pot._S = 1{,}000\text{x}0.1\left(\frac{1.37^2}{19.6} + 18\right) = 1{,}809.6 \text{ kg-m/s}$

La potencia que debe tener la bomba será :

$$Pot.Bomba = (Pot._S - Pot._E)\,\frac{1}{\text{Eficiencia}}$$

$$Pot.bomba = \frac{(1{,}809.6 - 87.9)}{0.80} = 2{,}1521 \text{ kg-m/s}$$

En H.P. :

$$Pot.Bomba = \frac{2{,}1521}{75} = 28.7 \text{ H.P.}$$

$$\boxed{Pot.Bomba = 28.7 \text{ H.P.}}$$

163.- Una tubería ABCD de diámetro uniforme, se compone de tres tramos rectos que miden respectivamente AB = 61.57 m.; BC = 243.84 m. y CD = 28.04 m. Las cotas geométricas de los extremos de cada tramo son : A = 238.45 : B = 232.87 ; C = 189.25 ; D = 187.39 m. Un manómetro colocado en A indica una presión de 1.2 kg/cm2 y otra medición en D indica una presión de 6.75 kg/cm2. Determinar la dirección de la corriente en la tubería y la presión del agua en el punto E situado en la cota 213.36 m.

SOLUCIÓN :(Fig. a la vuelta)

Tomando Bernoulli entre A y D : (Suponiendo que el agua baja)

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{w} + z_A = \frac{v_D^2}{2g} + \frac{P_D}{w} + z_D + Pc. \quad \ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$

Donde : $v_A = v_D = v$ (por tener el mismo diámetro)

$P_A = 1.2 \text{ kg/cm}^2 = 12$ m. de agua

$P_D = 6.75 \text{ kg/cm}2 = 67.5$ m. de agua

$z_A = 238.45$ m.

$z_D = 187.19$ m.

Reemplazando estos valores en (1) :

$$\frac{v^2}{2g} + 12 + 238.45 = \frac{v^2}{2g} + 67.5 + 187.39 + Pc.$$

$$\therefore \quad Pc. = -\ 4.44 \text{ m. de agua}$$

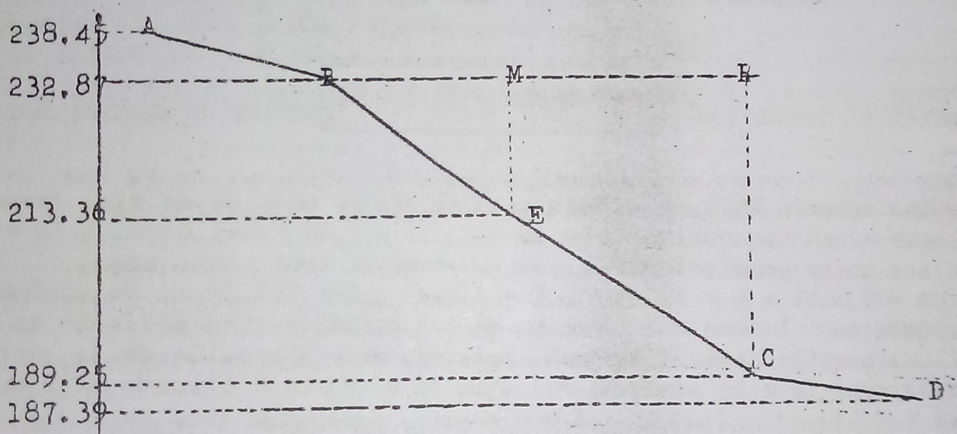
Como la pérdida de carga ha salido negativa, quiere decir que la dirección de la corriente es la contraria a la que supusimos :

$\boxed{\text{Dirección del flujo : Sube de D a A}}$

La distancia de A hasta B es : 61.57 + 243.84 + 28.04 = 333.45 m.
La pérdida de carga por metro lineal es : $\frac{3.44}{345.45}$ m. de agua.

Cálculo de la pérdida de carga de E hasta B :

$$\text{Será : } Pc._{\overline{EB}} = \frac{4.44}{333.45}\ (\overline{BE}) \quad \text{.................} \quad (2)$$



En el triángulo BEM y BCR, por semejanza : $\frac{BE}{BC} = \frac{EM}{CR}$

$$\frac{BE}{243.84} = \frac{232.87 - 213.36}{232.87 - 189.25}$$

Despejando :

$$BE = \frac{19.51 \times 243.84}{43.62} = 108.50 \text{ m.} \quad \text{.................} \quad (3)$$

Reemplazando (3) en (2) :

$$Pc._{\overline{EB}} = \frac{4.44}{333.45}(108.50) = 1.444 \text{ m. de agua}$$

Tomando Bernoulli A y E :

$$\frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{w} + z_A + Pc.\overline{EA} = \frac{v_E^2}{2g} + \frac{P_E}{w} + z_E \quad \text{..........} \quad (4)$$

Donde : $v_A = v_E = v$ (por ser del mismo diámetro)

$$Pc.\overline{EA} = Pc.\overline{EB} + Pc.\overline{BA} = 1.4444 + \frac{4.440}{333.45}(61.57) = 2.265$$

$P_A = 1.2\ kg/cm^2 = 12$ m. de agua

$z_A = 238.45$ m.

$z_E = 213.36$ m.

Reemplazando valores es (4)

$$\frac{v^2}{2g} + 12 + 238.45 + 2.265 = \frac{v^2}{2g} + \frac{P_E}{w} + 213.36$$

Simplificando y despejando :

$$\frac{P_E}{w} = 39.355 \text{ m. de agua.}$$

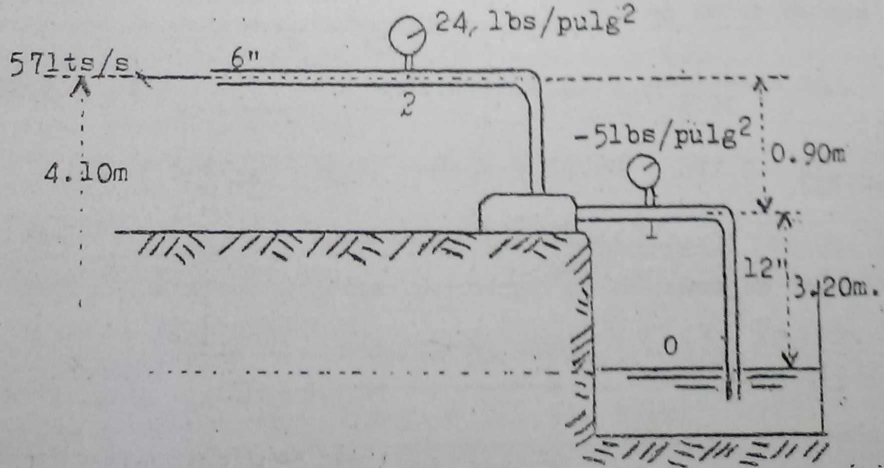
$$\boxed{P_E = 3{,}9355\ kg/cm^2}$$

164.- Una bomba centrífuga, bombea agua de un pozo a través de una tubería vertical de 12". La que se extiende debajo de la superficie del agua. La descarga se efectúa por medio de una tubería horizontal de 6" de diámetro situada a 4.10 m. sobre el nivel del agua. Mientras se bombea 57 lts/seg. un manómetro colocado en la descarga registra una presión de 24 lbs/pulg^2, y un manómetro colocado en la succión registra -51 lbs/pulg^2. Ambos manómetros están separados verticalmente por una distancia de 0.90 metros. Se desea :

a) Computar la pérdida de carga en la tubería de succión.

b) Computar la variación de energía en kg-m/seg. entre las dos secciones que llevan los manómetros.

SOLUCIÓN :



a) Tomando Bernoulli entre los puntos 1 y 0 :

$$\frac{v_o^2}{2g} + \frac{P_o}{w} + z_o = \frac{v_1}{2g} + \frac{P_1}{w} + z_1 + Pc. \quad \ldots\ldots\ldots (1)$$

Donde :

$v_o = 0$; $P_o = 0$; $z_o = 0$; $z_1 = 3.20$ m.

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{0.057}{\frac{\pi(12\times0.0254)^2}{4}} = \frac{0.057}{0.073} = 0.78 \text{ m/s}$$

$P_1 = -5$ lbs/pulg^2 = -0.352 kgs/cm^2 = -3.52 m. de agua

Reemplazando : estos datos en (1) :

$$0 + 0 + 0 = \frac{0.78^2}{19.6} = 3.52 + 3.20 + Pc.$$

$$0 = 0.03 - 3.52 + 3.20 + Pc.$$

$$\therefore \quad \boxed{Pc. = 0.29 \text{ m. de agua}}$$

b) La variación de energía entre las secciones 1 y 2, será la diferencia de Bernoulli, es decir :

$$H = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{w} + z_2 - \left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{w} + z_1\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots (2)$$

Donde :

$$v_2 \quad \frac{Q}{A_2} = \frac{0.057}{\frac{\pi(6\times0.254)^2}{4}} = \frac{0.057}{0.0182} = 3.12 \text{ m/s}$$

$P_2 = 24$ lbs/pulg^2 = 1.692 kg/cm^2 = 16.92 m. de agua

$z_1 = 3.20$ m.

$z_2 = 4.10$ m.

Reemplazando datos en (2) :

$$\Delta H = \frac{3.12^2}{19.6} + 16.92 + 4.10 - \left(\frac{0.78^2}{19.6} - 3.52 + 3.20\right)$$

$$\Delta H = 0.496 + 16.92 + 4.10 - (0.03 - 3.52 + 3.20)$$

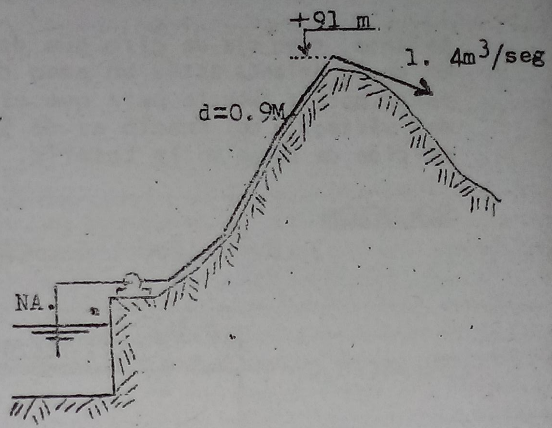
$$\therefore \Delta H = 21.806 \text{ m. de agua}$$

La variación de energía en kg-m/seg. será : $\Delta E = w.Q..\Delta H$

$$\Delta E = 1{,}000\times0.057\times21.806$$

$$\boxed{\Delta E = 1{,}242.9 \text{ kg-m/s}}$$

165.- El agua de un reservorio es bombeada por encima de un cerro a través de una tubería de 0.90 m. de diámetro, manteniéndose una presión de 2.1 kg/cm2 en la parte más alta de la tubería que se encuentra a 91 m. sobre el nivel del agua. El caudal bombeado es de 1.4 m3/seg. y la pérdida de carga es de 10 m. entre el reservorio y la cumbre ¿Qué cantidad de energía por segundo en caballos debe proporcionar el motor, sabiendo que su eficiencia es 90 % y la de la bomba 80 %?



SOLUCIÓN :

La energía que debe proporcionar el motor es : $E = w.Q.B$

$$E = w.Q\left(\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{w} + z_1 + Pc.\right) \quad \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ldots \ (1)$$

Donde

$w = 1,000 \text{ kg/m}^3$

$Q = 1.4 \text{ m3/seg.}$

$$v_1 = \frac{Q}{A_1} = \frac{1.4}{\frac{\pi(0.9)^2}{4}} = \frac{1.400}{0.636} = 2.20 \text{ m/seg.}$$

$P_1 = 2.1 \text{ kg/cm}^2 = 21$ m. de agua

$z_1 = 91$ m.

$Pc. = 10$ m.

Reemplazando estos datos en (1) :

$$E = 1,000\times1.4\left(\frac{2.20^2}{19.6} + 21 + 91 + 10\right)$$

$$E = 1,000\times1.4\ (0.247+21+9+10)$$

$$E = 171.145 \text{ kg-m/s}$$

Esta energía en caballos, considerando la eficiencia es :

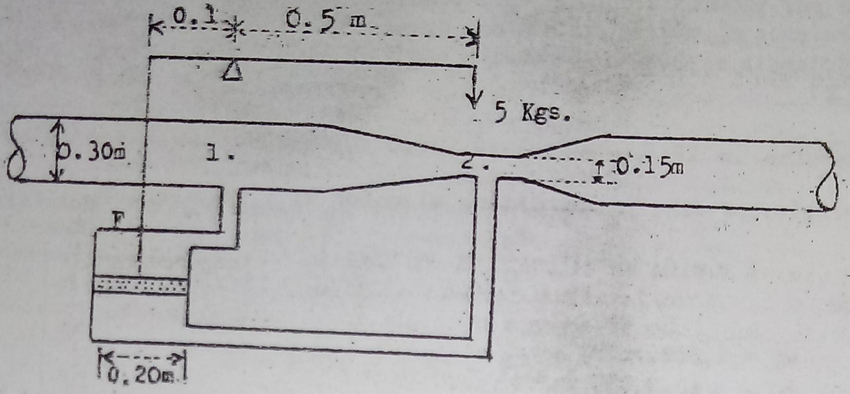
$$E = \frac{171,145}{75\times0.90\times0.80}$$

$$\boxed{E = 3,160 \text{ H.P.}}$$

166.- En una tubería horizontal de 0.30 m. de diámetro se tiene un regulados de gasto consistente en una válvula colocada aguas arriba de una estrangulación. La válvula es accionado por un émbolo de 0.20 m. de diámetro. Sobre a cara superior de este émbolo actúa la presión de agua en la parte ancha de la tubería y sobre la cara inferior actúa la presión en la parte estrangulada de la tubería. La prolongación superior del vástago de la válvula está conectada a uno de los extremos de una

palanca, cuyo eje de giro que da a 0.1 m. del vástago, en el otro extremo de la palanca actúa un peso de 5 kgs. Se quiere saber qué gasto debe pasar por la tubería para que el sistema esté en equilibrio. El peso del vástago y del émbolo es de 5 kgs. Puede considerarse que no existe pérdida de carga en la tueería.

SOLUCIÓN :



Para que el sistema esté en equilibrio, se debe tener :

$$(5+F)0.10 = 5\times 0.5$$

Siendo F = la diferencia de presiones que actúan sobre las caras del émbolo.

Despejando :

$$F = 20 \text{ kgs.}$$

Como "A" es el área del émbolo : $P = \frac{F}{A} = \frac{20}{\frac{\pi(0.20)^2}{4}} = \frac{20}{0.0314} = 638 \text{ kg/cm}^2$

Aplicando Bernoulli entre 1 y 2 :

$$\frac{v_1^2}{2g} + \frac{P_1}{w} + z_1 = \frac{v_2^2}{2g} + \frac{P_2}{w} + z_2$$

$$\frac{P_1 \quad P_2}{w} = \frac{v_2^2 \quad v_1^2}{2g} + z_2 - z_1 \quad .... (1)$$

En el cual :

$$\frac{P_1 - P_2}{w} = \frac{P}{w} = \frac{638 \text{ kg/m}^2}{1{,}000 \text{ kg/m3}} = 0.638 \text{ m. de agua}$$

Por continuidad :

$$v_2 . A_2 = v_1 . A_1 \qquad v_2 = \frac{A_1}{A_2} . v_1 = v_1 (\frac{d_1}{d_2})^2 = v_1 (\frac{0.30}{0.15})^2$$

$z_2 - z_1 = 0$ (por estar en el mismo eje)

Reemplazando estos valores en (1) :

$$0.638 = \frac{(4v_1)^2 - v_1^2}{19.6} + 0$$

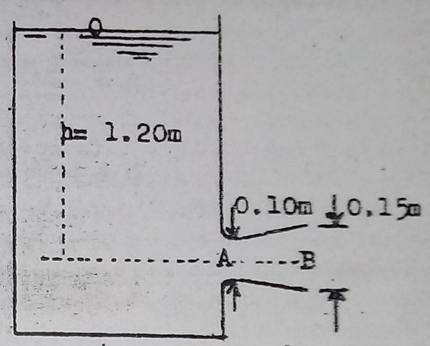
$$15\ v_1^2 = 0.638 \times 19.6 = 12.47$$

$$v_1 = 0.912\ m/s$$

El gasto será : $Q = v_1 \cdot A_1 = 0.912\ \dfrac{\pi(0.30)^2}{4} = 0.912 \times 0.07 = 0.06384\ m^3/s$

$$\boxed{Q = 63.84\ lts/s}$$

167.- Hallar la relación en el punto A, en kg/cm^2 relativos, cuando la altura de agua sobre el centro del tubo divergente es 1.20 m. ¿Cuál será la altura de agua, para que la presión en A sea 0.035 kg/cm^2 absolutos? Considérese $\infty = 1$ y pérdida de carga = 0



SOLUCIÓN :

La velocidad del flujo en el punto B, de salida es :

$$v_B = \sqrt{2gh} \quad .... \quad (1)$$

$$v_B = \sqrt{2g \times 1.20} = 4.85\ m/s$$

Por continuidad :

$$v_A = v_B\left(\frac{A_B}{A_A}\right) = v_B\left(\frac{d_B}{d_A}\right)^2 = v_B\left(\frac{0.15}{0.10}\right)^2 = 2.25\ v_B \quad .... \quad (2)$$

$$v_A = 2.25 \times 4.85 = 10.91\ m/s$$

Tomando Bernoulli entre 0 y A :

$$0 + 0 + 1.2 = \frac{10.91^2}{19.60} + \frac{P_A}{w} + 0$$

$$\frac{P_A}{w} = 1.2 - 6.08 = 4.88\ m.\ de\ agua$$

$$\boxed{P_A = -0.488\ kg/cm^2\ relativos}$$

absoluta. = -(1.033 - 0.035) kg/cm^2 relativos = - 0.998 kg/cm^2 relativos, la altura de agua debe variar :

Tomando Bernoulli entre 0 y A :

$$0 + 0 + h = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{w} + 0$$

Reemplazando (2) a esta última :

$$h = \frac{(2.25\ v_B)^2}{2g} + \frac{P_A}{w}$$

$$h = \frac{5.0625\ v_B^2}{2g} + \frac{P_A}{w} \quad \text{.....................} \quad (3)$$

Pero tenemos que : $P_A = -\ 0.998\ kg/cm^2$ relativos

$$\frac{P_A}{w} = -\ 9.98 \text{ m. de agua relativos} \quad \text{.........} \quad (4)$$

Sustituyendo (1) y (4) en (3) :

$$h = \frac{5.0625(\sqrt{2gh})^2}{2g} = 9.98$$

$$h = \frac{5.0625(2gh)}{2g} - 9.98$$

$$h = 5.0625h - 9.98$$

$$4.0625\ h = 9.98$$

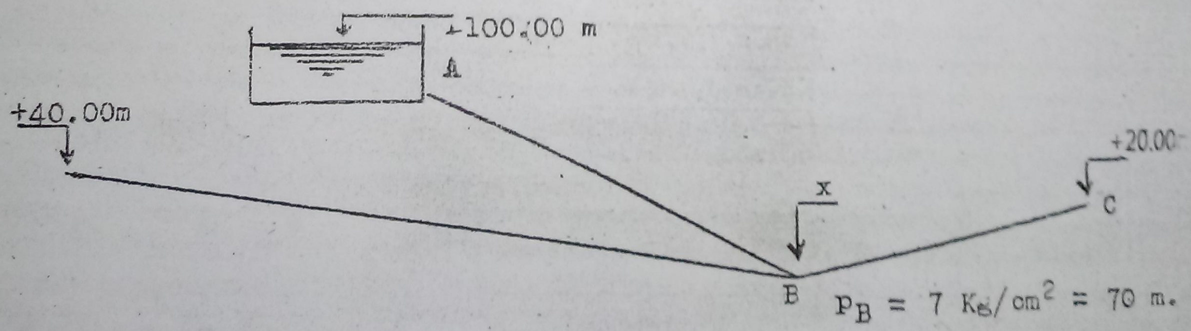
$$\therefore \quad \boxed{h = 2.46 \text{ m.}}$$

168.- En el croquis mostrado en la figura se sabe que la pérdida de carga en los tres tramos suma 120 m. Considerando despreciable la pérdida de carga debida a la velocidad, hallar la cota del punto B y la longitud de cada tramo, sabiendo que las pendientes hidráulicas $(\frac{h}{L}+)$ son :

para AB = 0.02 ; BC = 0.03 ; BD = 0.08

Los puntos C y D son de descarga libre.

SOLUCIÓN



La presión en el punto A es 0 kg/cm2 relativos, como también en los puntos de descarga C y D. Despreciaremos la pérdida de carga debida a la velocidad según dato del problema.
Ahora bien, sea "x" la cota en el punto B, cuya presión es 7 kg/cm^2, de lo que se tiene :

$$\frac{P_B}{w} = 70 \text{ m. de agua.}$$

Aplicando Bernoulli en cada uno de los tramos :

TRAMO AB : $100 = 70 + x + Pc._{AB}$ .... (1)
TRAMO BD : $70 + x = 40 + Pc._{BD}$ .... (2)
TRAMO BC : $70 + x = 20 + Pc._{BC}$ .... (3)

Sumando y ordenando : $x - (Pc._{AB} + Pc._{BD} + Pc._{BC}) = -110$

Pero dato es : $Pc._{AB} + Pc._{BD} + Pc._{BC} = 120$ m.

Luego : $x - 120 = -110$

$$\boxed{\text{Cota del punto B} = x = 10 \text{ m.}} \quad ...... (4)$$

Caso pendiente $= \frac{h+}{L} \longrightarrow L = \frac{h+}{\text{pendiente}}$ (donde h+ = Pérdida de carga)

Reemplazando (4) en (1) : $Pc_{AB} = 20$ m.

$$\therefore \overline{AB} = \frac{20}{0.02} = 1{,}000 \text{ m.}$$

Reemplazando (4) en (2) : Pc_{BD} 40 m.

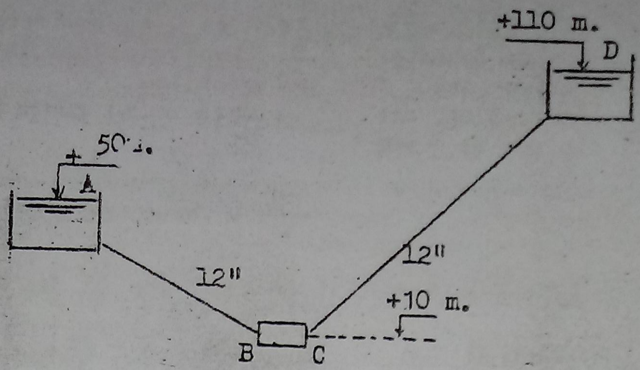
$$\therefore \overline{BD} = \frac{40}{0.08} = 500 \text{ m.}$$

Reemplazando (4) en (3) : $Pc_{BC} = 60$ m.

$$\therefore \overline{BC} = \frac{60}{0.03} = 2{,}000 \text{ M.}$$

AB = 1,000 m.
BC = 2,000 m.
BD = 500 m.

169.- En el sistema de la figura, la bomba BC extrae 65 lts/seg. de aceite, cuya densidad relativa es 0.82 del reservorio A, para el D.
La pérdida de carga de A-B es 8 m. de aceite y de C-D, 22 m.
a) ¿Que potencia debe tener la bomba, si su eficiencia es 80 %,?
b) Dibujar la línea de energía total.



SOLUCIÓN

La potencia de la bomba será :

$$\text{pot. Bomba} = \frac{w.Q(B_s - B_E)}{\text{eficiencia}} \quad ....\ (1)$$

Siendo Bernoulli de entrada :

$$B_E = \frac{v_A^2}{2g} + \frac{P_A}{w} + Z_A - Pc.$$

(Se notará que la pérdida de carga lleva signo negativo; es diferente cuando se toma Bernoulli entre dos puntos)

Donde : $P_A = 0$; $v_A = 0$; $Z_A = 50 - 10 = 40$ m ; Pc. = 8 m.

$$\therefore\ B_E = 0 - 0 + 40 - 8 = 32 \text{ m. de aceite} \quad ....\ (2)$$

El Bernoulli de salida será :

$$B_S = \frac{v_D^2}{2g} + \frac{P_D}{w} + Z_D + Pc.$$

(Se notará que ahora la pérdida de carga es positiva, por que es una carga que debe vencer la Bomba para llevar el Aceite a D.)

Donde : $P_D = 0$; $V_D = 0$; $Z_D = 110 - 10 = 100$ m. ; Pc = 22 m.

$$\therefore\ B_S = 0 + 0 + 100 + 22 = 122 \text{ m. de aceite} \quad ....\ (3)$$

Reemplazando (2), (3), y demás datos en (1), dividiendo entre 75 kg-m/s para que nos de en HP.

$$\text{Pot.Bomba} = \frac{820 \times 0.065(122 - 32)}{0.80 \times 75} = \frac{820 \times 0.065 \times 90}{0.80 \times 75}$$

$$\text{Pot.Bomba} = 80 \text{ HP.}$$

Para hallar la línea de energía, a las cotas de los puntos A, B, C y D , se le suma la carga de Presión y la de Velocidad. Se obtiene, Tomando Bernoulli entre dos puntos :

De (2) :

$$\frac{v_B^2}{2g} + \frac{P_B}{w} = 32 \text{ m. de aceite.}$$